

INITIATION A

L'ASSERVISSEMENT

ET A LA REGULATION

Jean-Pierre STEPHAN, Philippe COSQUER
ISTA
Ploufragan (22)

ASSERVISSEMENT ET REGULATION

1 - INTRODUCTION

1.1 - PREMIERS ELEMENTS DE TERMINOLOGIE

Un système de commande est un ensemble de constituants physiques connectés entre eux pour commander le système lui-même ou un autre système.

L'automatique regroupe l'ensemble des techniques (mathématiques) permettant la conception et l'étude du fonctionnement des systèmes de commande.

L'automatisation est l'action d'introduire dans une machine un système de commande qui lui permette d'être plus indépendante vis à vis de l'opérateur humain. Cette automatisation s'appuie essentiellement sur la notion de rétroaction (Feed-back).

Exemples :

- Chauffage central non automatisé :
Le système de chauffage fait circuler de l'eau chaude dans les radiateurs d'un appartement. Le maintien de la température se fait manuellement au niveau de la vanne de sortie de la pompe.
- Chauffage central automatisé :
Une prise d'informations (température extérieure des locaux chauffés, température intérieure, température de l'eau à la sortie de la chaudière, horloge de programmation, ...) ainsi que l'analyse électronique de ces informations permet la commande de l'ouverture de l'électrovanne en sortie de pompe.

La mécanisation consiste en la substitution d'une énergie extérieure à la force que l'homme applique sur ses outils. C'est donc l'introduction dans le système d'un amplificateur de puissance. La rétroaction n'est pas nécessairement présente.

Un système asservi est un système de commande possédant les deux parties suivantes :

- Un amplificateur de puissance,
- Une rétroaction.

Un servomécanisme est un système de commande asservi dont les constituants sont uniquement mécaniques (hydrauliques, pneumatiques, ...).

Exemples :

- Un système de régulation de température utilisant un bilame et un relais électromagnétique ne pourra pas être appelé servomécanisme.
- En revanche, une direction assistée hydraulique de véhicule automobile pourra être considérée comme étant un servomécanisme.

1.2 - REPRESENTATION D'UN SYSTEME ASSERVI PAR LES SCHEMAS FONCTIONNELS

1.21 - Définitions

La figure 1.1 montre la représentation générale d'un système. Le paramètre $e(t)$ correspond au signal d'entrée, $s(t)$ au signal de sortie ; alors que S représente le système.

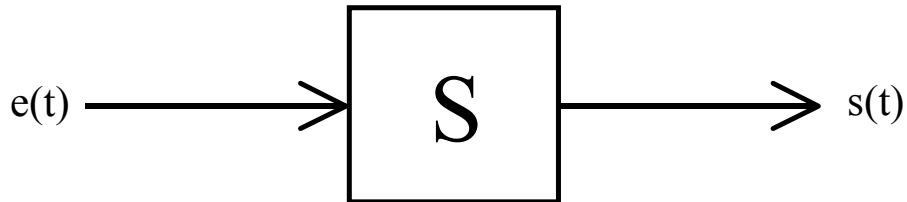


Figure 1.1

La figure 1.2 présente la structure d'un système asservi non perturbé. Les signaux et symboles figurant sur ce schéma possèdent la signification suivante :

- $e(t)$: signal d'entrée (ou consigne),
- $\varepsilon(t)$: signal d'erreur (ou écart ou activation),
- $s(t)$: signal de sortie du processus,
- $C1$: comparateur,
- C : correcteur,
- A : amplificateur,
- S : système à asservir,
- R : rétroaction.

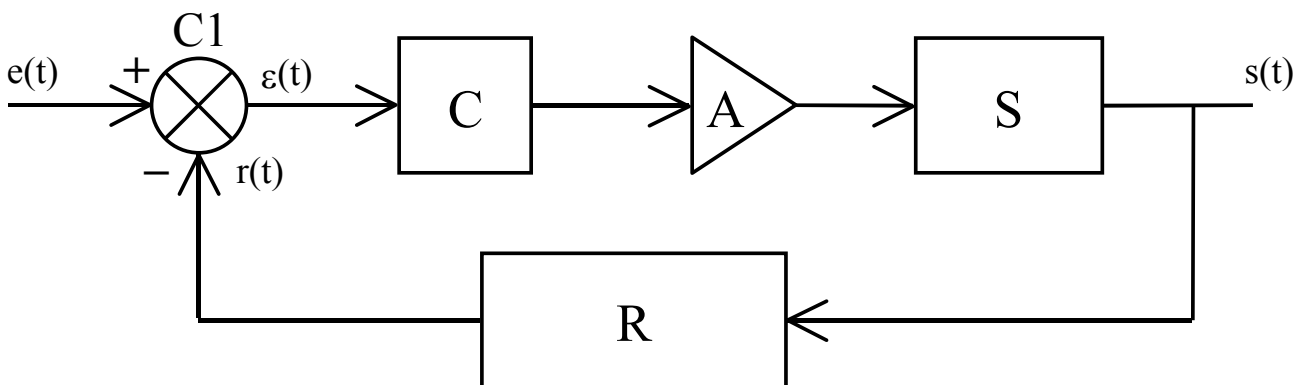


Figure 1.2

On entend souvent parler **d'asservissement** et de **régulation**. Il semble que ces deux termes signifient la même chose. Or, si l'on utilise deux termes différents, n'y a-t-il pas de nuance ? Dans le cas de l'asservissement le signal $e(t)$ est ou peut être variable ; alors que pour une régulation, le signal $e(t)$ est fixe. On parle alors de consigne.

La chaîne directe du système asservi est représentée à la figure 1.3, alors que la chaîne de retour est montrée à la figure 1.4. Le régulateur est lui l'objet de la figure 1.5.

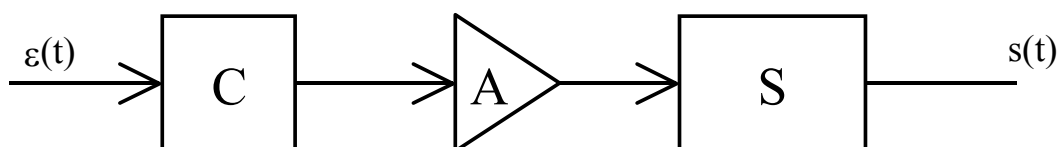


Figure 1.3

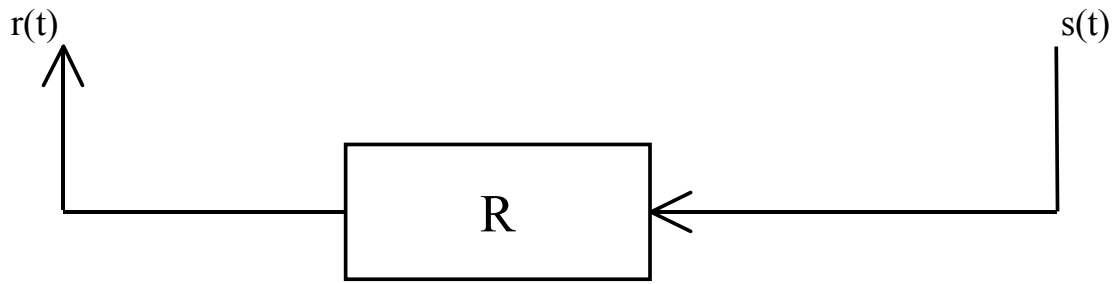


Figure 1.4

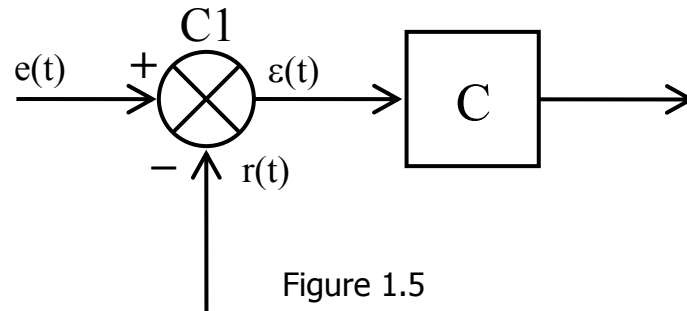


Figure 1.5

La figure 1.6 propose un exemple de structure d'un système asservi perturbé, pour lequel $p(t)$ représente le signal de perturbation.

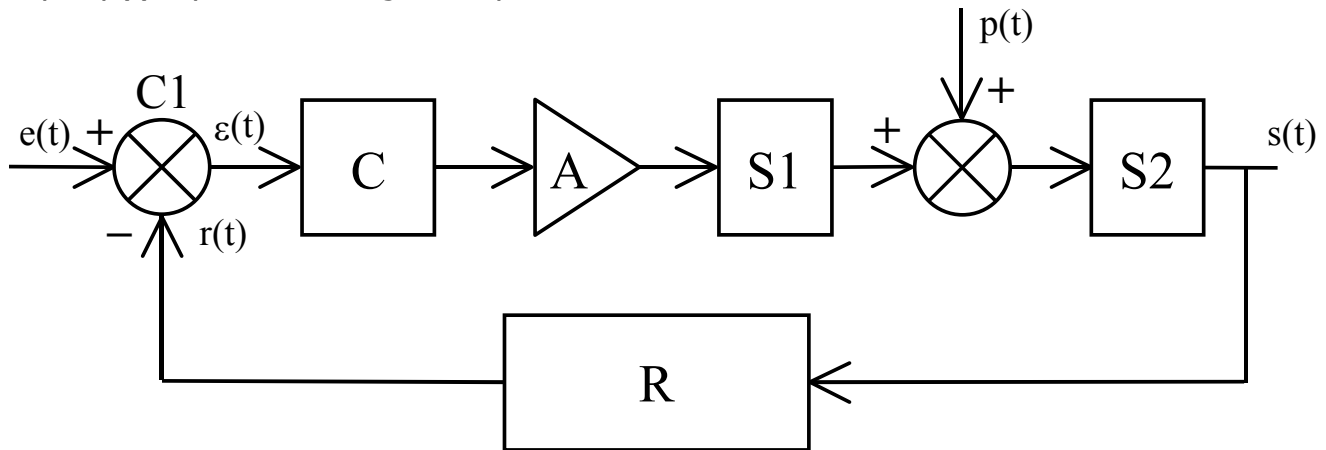


Figure 1.6

1.22 - Exemples

La figure 1.7 présente un exemple de structure correspondant à une direction assistée de véhicule automobile et la figure 1.8 montre un asservissement de position pour une table traçante.

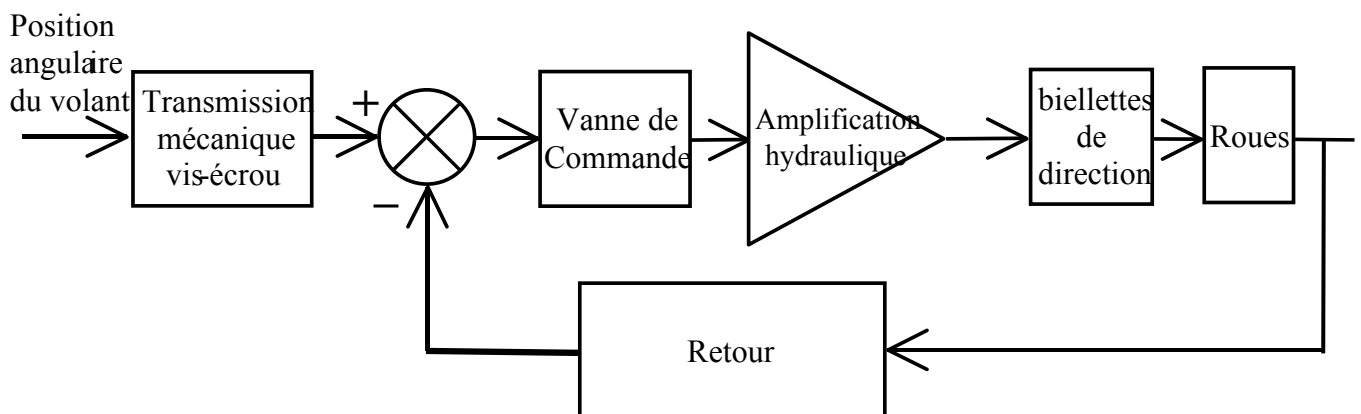


Figure 1.7

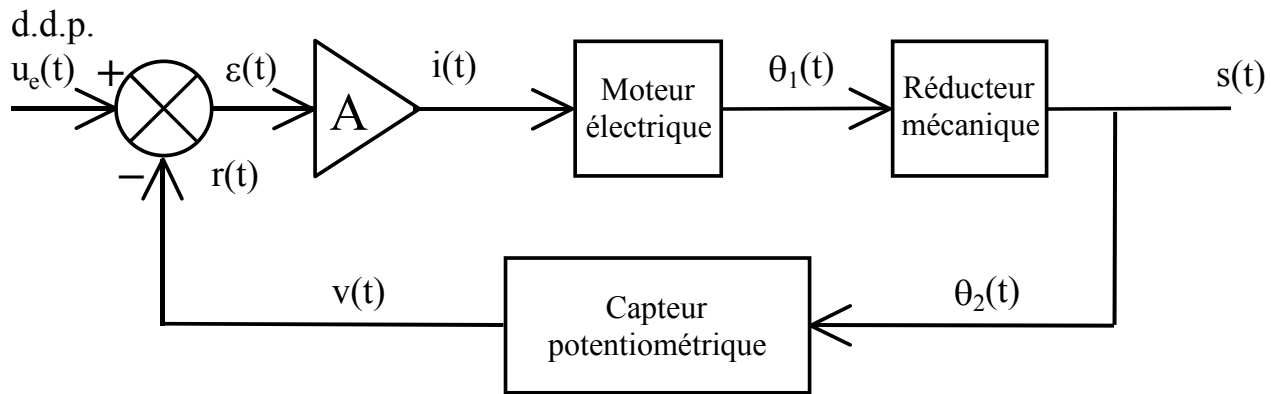


Figure 1.8

Dans les deux exemples précédents, les asservissements sont de type analogique. Le signal d'entrée varie constamment et continûment en fonction du temps ; de plus toutes les variations sont traitées par le processus.

Or nous vivons dans un monde de plus en plus numérisé ; ce qui impose, en matière d'asservissement, un autre type d'asservissement (système échantillonné). Dans ce cas, des valeurs du signal d'entrée sont prises à des instants donnés suivant une fréquence prédéterminée (échantillonnage). C'est ce tableau de valeurs qui permet de réaliser un asservissement. Ce type d'asservissement n'est valide que dans le cas où la période d'échantillonnage est petite devant les variations du signal d'entrée.

Ce qui suit est un exemple simple de système échantillonné. Un randonneur se fixe le but de maintenir son rythme cardiaque constant. Pour cela, il effectue une mesure de ses pulsations cardiaques toutes les 15 minutes et en fonction de la pente moyenne du terrain et d'un abaque, il règle la cadence de son pas.

Sur cet exemple, apparaissent les notions d'échantillonnage (mesure du rythme cardiaque toutes les 15 minutes), d'algorithme de traitement de l'information (abaque) et de bloqueur (maintient du même pas pendant 15 minutes).

1.3 - EXEMPLES DE CLASSIFICATION DES SYSTEMES ASSERVIS

Il est possible de classer les systèmes asservis suivant plusieurs types de classification. Cette classification des systèmes peut être effectuée en fonction de :

1.31 - Leur nature

Ici on distingue les systèmes fabriqués par l'homme (chauffage à thermostat, régulation de débit, ...), des systèmes naturels (phénomène de transpiration, régulation de température, régulation des naissances chez certaines espèces d'animaux, ...), ou encore des systèmes mixtes dont les constituants sont naturels et fabriqués par l'homme (asservissement de la vitesse d'un véhicule en fonction de l'environnement, ...).

1.32 - Leur structure

Sont différenciés ici les **systèmes en boucle ouverte** des **systèmes en boucle fermée**. Dans le cas des systèmes en boucle ouverte, les signaux d'activation sont

indépendants des signaux de sortie. Pour les systèmes en boucle fermée, une rétroaction (chaîne de retour) est présente.

1.33 - Du cahier des charges

Dans cette catégorie, on sépare les **asservissements** des **régulations**.

1.34 - De la nature des signaux traités

a) Systèmes à signaux continus

Pour ces systèmes, les signaux sont des fonctions **continues** du temps (au sens mathématique du terme).

b) Systèmes à signaux échantillonnés

Lorsque l'on désire utiliser des calculateurs dans les chaînes de régulation ou d'asservissement, il est impératif de prélever des portions de signaux et de figer les valeurs un certain temps, afin de permettre aux ordinateurs d'effectuer leurs calculs.

c) Systèmes à signaux aléatoires

Les signaux sont dans ce cas des fonctions du temps et du hasard. A titre d'exemple, il est possible de citer : la consommation d'électricité dans une région à une date déterminée, le roulis d'un navire dans un état de mer, la luminosité solaire dans un capteur, l'état de la route à un certain moment dans un endroit déterminé, etc...

1.35 - Leur comportement

a) Linéaire

Le modèle mathématique est alors un système d'équations différentielles à coefficients constants. Le principe de **superposition** est alors applicable.

Dans la réalité, les systèmes linéaires sont extrêmement rares. Il suffit d'un jeu mécanique, d'une hystérésis magnétique, d'une saturation d'un composant électronique, pour interdire l'utilisation des équations différentielles à coefficients constants. Une des tâches de l'automaticien consiste à examiner la possibilité d'une approximation linéaire du système étudié.

b) Non linéaire

Le système non linéaire ne peut pas être directement modélisé par des équations différentielles à coefficients constants. Heureusement les types de non linéarités rencontrés forment un ensemble restreint. Des méthodes d'approximation permettent alors des analyses et des synthèses suffisamment fines.

La figure 1.9 présente le symbole général d'un système non linéaire et la figure 1.10 montre des exemples de non linéarités.

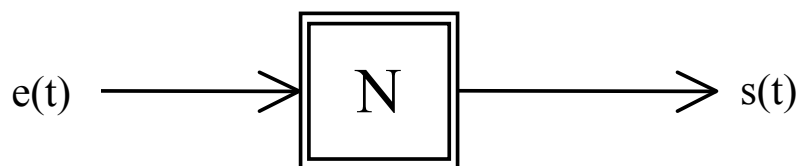
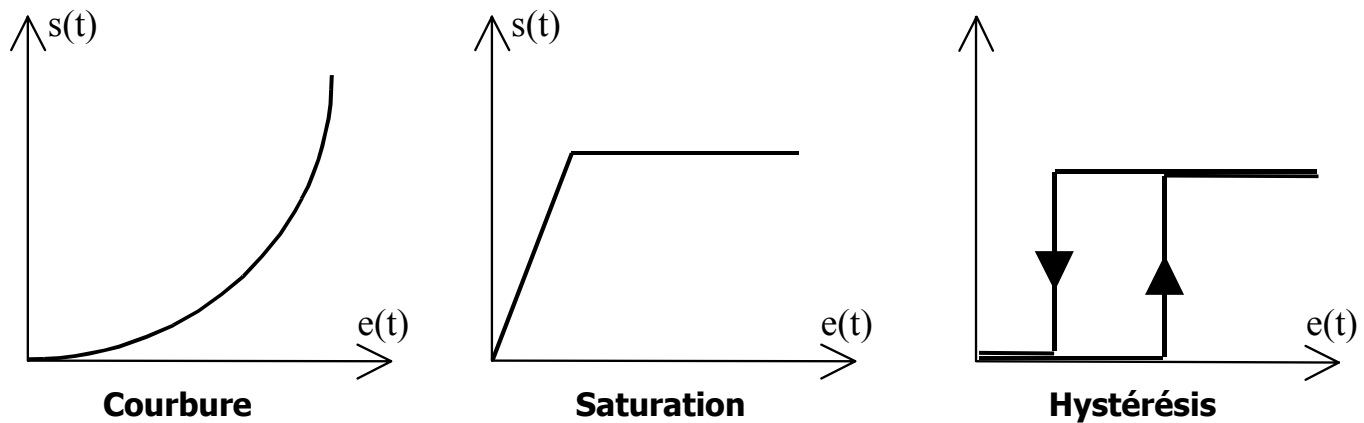


Figure 1.9



1.4 - DEFINITION DU ROLE DE L'AUTOMATICIEN

Définir le rôle de l'automaticien n'est pas pour nous une volonté de se substituer à lui, car nous ne rentrerons pas dans le formalisme mathématique permettant de concevoir un système asservi. Néanmoins, il semble intéressant de comprendre la démarche suivie par l'automaticien afin de mieux appréhender la structure d'un asservissement ou d'une régulation.

Tout d'abord, l'automaticien reçoit un cahier des charges spécifiant toutes les caractéristiques de l'automate à réaliser. Ce cahier des charges peut être écrit en langage courant ou sous une autre forme de communication (SADT, GRAFCET, Analyse Systémique, ...). Ce cahier des charges comporte des contraintes qui doivent permettre de dimensionner le système à réaliser. Notamment, le cahier des charges comporte des contraintes concernant la STABILITE, la RAPIDITE et la PRECISION du système.

A partir des caractéristiques spécifiées, l'automaticien va opérer trois actions principales (analyser, identifier, synthétiser).

La **stabilité** d'un asservissement est la capacité de maintenir, au cours du temps, une valeur de sortie du système, en fonction d'une valeur d'entrée spécifique.

La **rapidité** est le temps que met le système à fournir en sortie la valeur finale, à partir d'une variation du signal d'entrée.

Dans la structure d'un système asservi en boucle fermée, nous avons vu que la chaîne directe conditionnait en fait, le signal d'erreur issu de la comparaison du signal de retour avec le signal d'entrée. La **précision** d'un système dépend de sa capacité à annuler ou non le signal d'erreur. Ce dernier est dû au cumul des erreurs des différents constituants de l'asservissement.

1.41 - Analyser

Pour chaque constituant du système, l'automaticien a la possibilité d'établir un modèle mathématique à partir de ses caractéristiques mécaniques, électriques ou autres. Cela lui permet d'étudier la stabilité, la rapidité et la précision de l'ensemble du système.

Par exemple, à partir des plans d'un amortisseur de voiture, il peut définir les équations différentielles de fonctionnement.

1.42 - Identifier

Lorsque l'automaticien n'a pas la possibilité d'accéder au coeur du système (une boîte noire par exemple), il doit alors **IDENTIFIER** les réponses de ce système lorsque celui-ci est soumis à des signaux d'entrée tests standards (impulsion, échelon, rampe linéaire, ...). Il pourra ainsi établir un modèle mathématique à partir des résultats obtenus.

1.43 - Synthétiser

Lorsque le système est totalement identifié et analysé, il est fort courant qu'il ne réponde pas au cahier des charges précédemment défini. Il est alors nécessaire de concevoir des correcteurs permettant d'améliorer la réponse de l'ensemble du système, en agissant sur la stabilité, la rapidité et la précision. Cette opération est nommée **SYNTHESE**.

1.5 - EXERCICE D'APPLICATION N°1

Imaginez le concept d'un grille-pain fonctionnant en boucle fermée. Le phénomène physique 'capté' à l'entrée de la chaîne de retour sera la couleur du pain.

2 - ANALYSE DES SIGNAUX CONTINUS

2.1 - DEFINITION SIMPLIFIEE D'UN SIGNAL CONTINU

En automatique, un **signal continu $s(t)$** est une fonction continue par rapport au temps. Cette définition est à opposer à celle d'un **signal échantillonné $s^*(t)$** , qui n'est caractérisé que pour un ensemble dénombrable de valeur du temps t .

La figure 2.1 propose un signal continu, ainsi que le signal échantillonné équivalent.

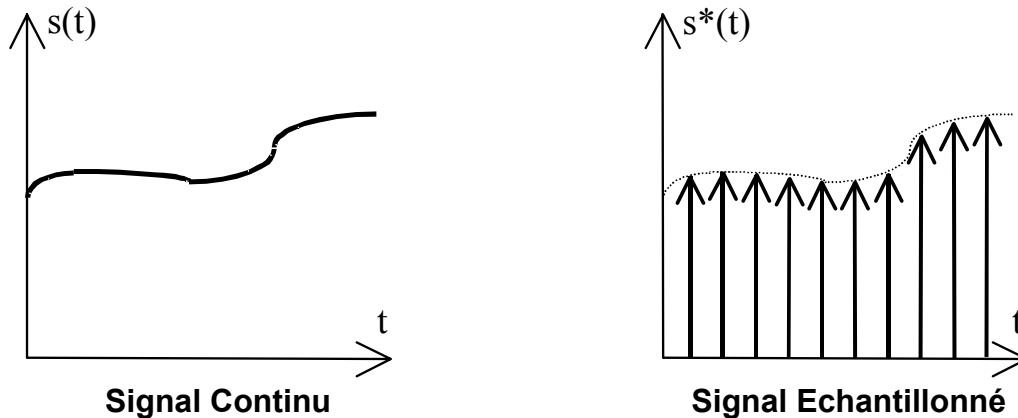


Figure 2.1

Dans le cas où $s(t)$ est défini graphiquement uniquement, nous parlerons de **description non paramétrique** de $s(t)$. Un nombre fini de valeurs n'est donc pas suffisant pour la définition du signal.

Lorsqu'un nombre fini de valeurs suffit à déterminer totalement le signal, on parlera de **description paramétrique**. Par exemple les trois relations suivantes suffisent à la caractérisation de $s(t)$:

- $s(t) = 0$ pour tout $t < 0$,
- $s(t) = 1$ pour tout $0 \leq t \leq T_1$,
- $s(t) = 0$ pour tout $t > T_1$.

2.2 - DEFINITION DES SIGNAUX STANDARDS

En automatique, différents signaux standards peuvent être employés comme signaux tests. Nous en définissons ici plus particulièrement quatre.

2.21 - Signal sinusoïdal

On caractérise le signal sinusoïdal de la façon suivante :

$$s(t) = S_M \sin(\omega t + \varphi) = S \sqrt{2} \sin(2 \pi f t + \varphi)$$

pour lequel S_M est la valeur maximale du signal, S la valeur efficace, ω la pulsation, f la fréquence et φ le déphasage.

2.22 - Impulsion de DIRAC $\delta(t)$

Le second signal que l'on caractérise est l'impulsion de DIRAC $\delta(t)$. Ce signal est issu de la théorie mathématique des distributions. A titre d'information, les distributions sont des fonctions non continues pour lesquelles les propriétés mathématiques relatives aux fonctions continues s'appliquent. La figure 2.2 présente une visualisation d'une impulsion de Dirac.

Dans le modèle mathématique le paramètre α tend vers 0. On aura donc les relations suivantes :

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \delta(t) = 0 \text{ pour tout } t \neq 0$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \delta(t) = +\infty \text{ pour } t = 0$$

De plus, nous appellerons impulsion de Dirac **unité**, le signal $\delta(t)$ vérifiant la formule suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Cette relation signifie que l'énergie du signal considéré est unitaire.

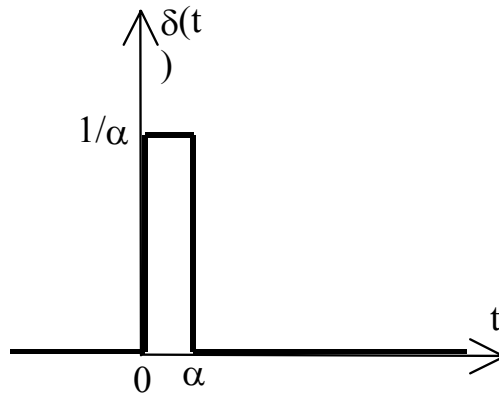


Figure 2.2

Il est bien entendu que les impulsions que l'on rencontre dans un cadre expérimental ne peuvent être que des approximations d'un Dirac, le paramètre α étant de l'ordre de la milliseconde (il existe des cas pour lesquels α est de l'ordre de la nanoseconde, voire de la picoseconde). D'un point de vue de l'automaticien, ces signaux sont tout de même considérés comme des impulsions de Dirac.

2.23 - La fonction ECHELON unitaire $\Gamma(t)$

Ce signal, qui est également une distribution, est présenté à la figure 2.3 et peut être défini de la façon suivante :

- $\Gamma(t) = 0$ pour tout $t < 0$,
- $\Gamma(t) = 1/2$ pour $t = 0$,
- $\Gamma(t) = 1$ pour tout $t > 0$.

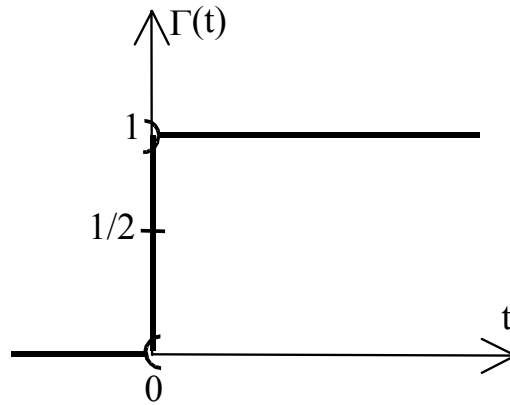


Figure 2.3

Au vu de cette figure, on peut remarquer que l'impulsion de Dirac est la dérivée par rapport au temps de la fonction échelon, soit :

$$\delta(t) = \frac{d\Gamma(t)}{dt}$$

2.24 - La fonction RAMPE linéaire R(t)

Ce signal, présenté à la figure 2.4, peut être défini de la façon suivante (en notant **a**, la pente de la rampe) :

- $R(t) = 0$ pour tout $t < 0$,
- $R(t) = a \cdot t$ pour $t \geq 0$.

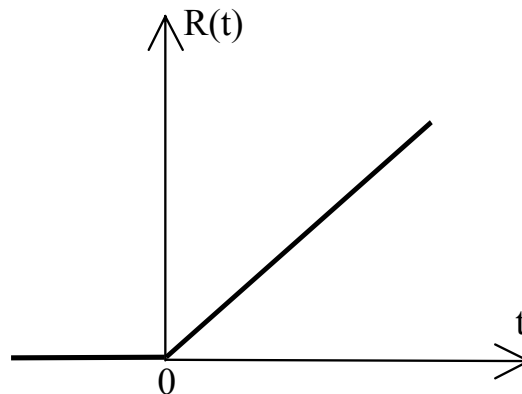


Figure 2.4

Comme dans le cas de l'impulsion de Dirac, on admettra que l'échelon est la dérivée par rapport au temps de la fonction rampe, soit :

$$\Gamma(t) = \frac{dR(t)}{a \cdot dt}$$

3 - GENERALITES SUR LES SYSTEMES ASSERVIS LINEAIRES CONTINUS ET INVARIANTS

3.1 - DEFINITION DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS ET INVARIANTS

3.11 - Système continu

Un système est dit **continu**, par opposition à un système discret, lorsque les grandeurs physiques le caractérisant délivrent une information à tout instant. La plupart des systèmes physiques sont continus du point de vue macroscopique.

3.12 - Système linéaire

Un système est dit **linéaire** s'il répond au principe de superposition, présenté à la figure 3.1.

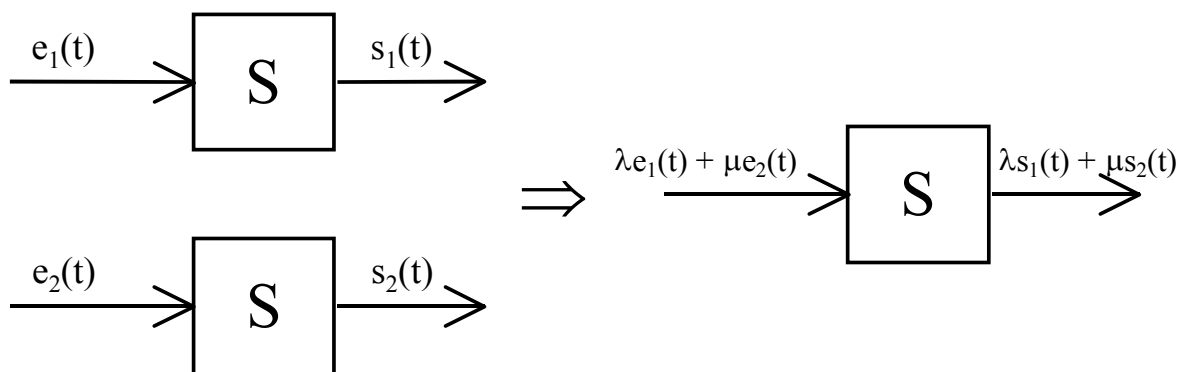


Figure 3.1

3.13 - Système invariant

Un système **invariant** est un système qui ne vieillit pas au cours du temps. Ce qui revient à dire que, pour un signal d'entrée donné, la sortie du système ne dépend pas de l'instant d'application du signal d'activation.

En théorie, les systèmes physiques ne sont ni continus (du point de vue microscopique), ni invariants (vieillessement des composants), ni linéaires. Mais en pratique nous ramènerons toujours l'étude au modèle linéaire continu et invariant.

3.14 - Système causal

Tous les systèmes que nous verrons en automatique sont causaux. Un système est dit **causal** lorsque la réaction de ce système ne peut apparaître qu'après la cause de cette réaction.

3.15 - Transmittance d'un système

Chaque processus peut être vu comme une boîte noire qui transforme un signal d'entrée en un signal de sortie du système. Ce facteur de transformation est appelé **transmittance** du système. Ainsi, pour tout système au repos, le signal de sortie dépend à la fois du signal d'entrée et de la transmittance du système. A titre informatif, cette transmittance peut être modélisée mathématiquement par la transformée de Laplace.

Dans le cas d'une réponse harmonique d'un système (cas d'une entrée de forme sinusoïdale), on parle de **fonction de transfert**.

3.2 - EXERCICE D'APPLICATION N°2

Pour le montage de la figure 3.2 :

- Etablir l'équation différentielle de fonctionnement,
- Rechercher la réponse indicielle unité,
- En déduire la réponse impulsionnelle unité,
- Représenter les deux réponses.

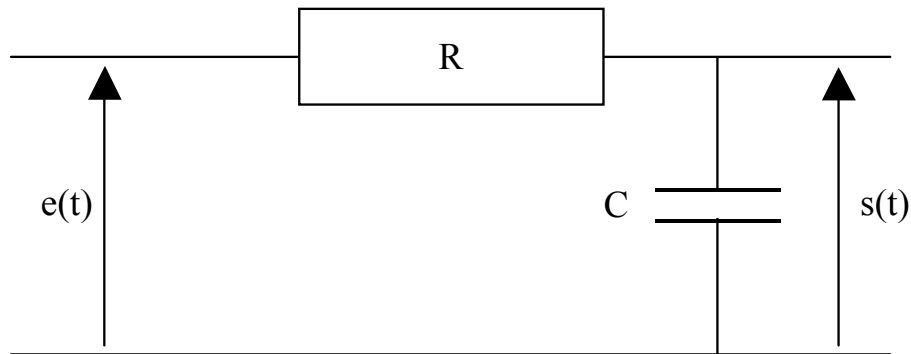


Figure 3.2

3.3 - REPONSES TRANSITOIRES D'UN SYSTEME

Dans tous les cas rencontrés dans ce cours, ne seront observées et caractérisées que des réponses **transitoires** et non pas harmoniques.

3.31 - Définitions relatives à la réponse indicielle

Comme présenté à la figure 3.3, on définit le **temps de réponse t_r à 5 %** comme le temps à partir duquel la sortie vaut 95 % de sa valeur finale. Ainsi :

$$\boxed{\frac{|s(t)-K|}{K} < 5\%}$$

De plus, comme l'indique la figure 3.4, la notion de **dépassement D** est exprimée par le rapport D / K . Ce rapport est exprimé en % de K . Une réponse indicielle sans dépassement sera qualifiée d'apériodique.

A la figure 3.4 est également défini le temps de montée **t_m** de la réponse indicielle du système. Ce terme permet de caractériser la rapidité d'un système.

La figure 3.5 présente la réponse transitoire d'un système retardé. En effet, l'influence de l'entrée dans un système retardé ne se fait sentir qu'après un temps **τ** appelé **retard pur**.

Temps de réponse

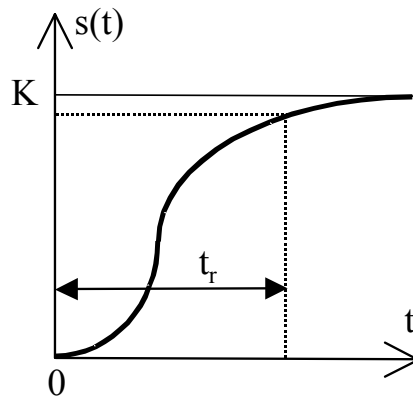


Figure 3.3

Dépassement

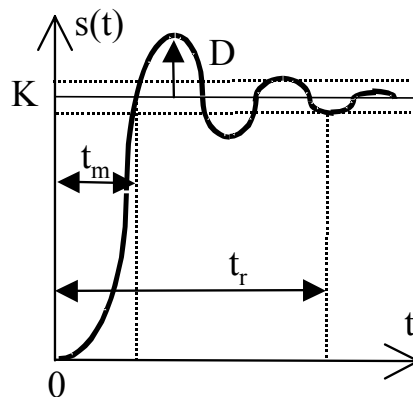


Figure 3.4

Système retardé

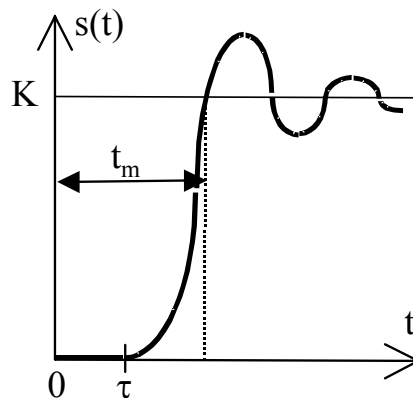


Figure 3.5

Remarque : Il existe plusieurs définitions du temps de réponse d'un système, chacune étant adaptée au besoin d'une application. Il est alors nécessaire, pour une bonne compréhension, de définir clairement le temps de réponse qui est utilisé dans le cadre de l'application en cours.

3.32 - Systèmes du 1^{er} ordre simple

On appelle système du premier ordre, un système qui est régi par une équation différentielle de la forme :

$$s(t) + \tau \cdot ds(t) / dt = k \cdot e(t)$$

a) Réponse indicielle

L'exemple type d'un système du premier ordre est une cellule R-C (ou filtre R-C), comme dans l'exercice d'application N°2. Dans le cas où l'on nomme τ la constante de temps du système, la forme de la réponse indicielle du système (lorsque celui-ci est au repos) est présentée à la figure 3.6 et s'écrit :

$$s(t) = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

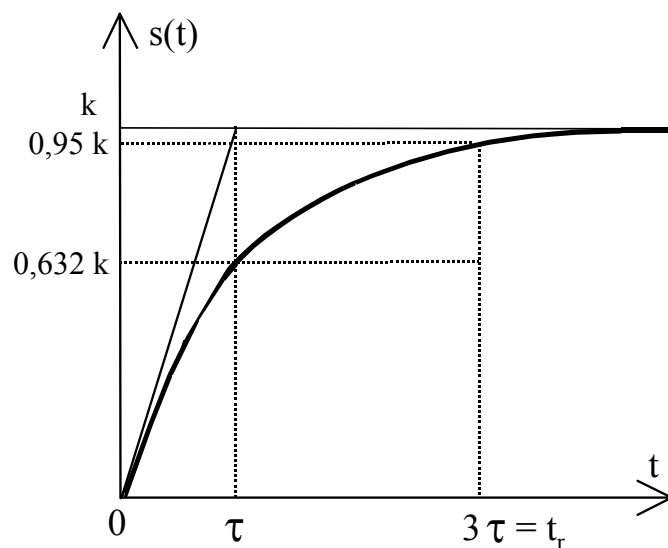


Figure 3.6

A la figure 3.6, on peut remarquer que la constante de temps peut se mesurer, à partir de la sortie du système, de trois façons différentes. La première consiste à tracer une tangente à l'origine, du signal de sortie ; la constante de temps est alors l'intersection de cette tangente avec la valeur finale de la sortie. Cette méthode de mesure n'est pas très précise car, placer une tangente est un exercice parfois hasardeux.

Pour la seconde méthode, il suffit de mesurer la valeur du temps pour laquelle la sortie vaut 63,2 % de la valeur finale (ce nombre correspond à $s(\tau) = k \cdot (1 - e^{-1})$).

Enfin, dans le troisième cas, il est nécessaire de mesurer la valeur du temps pour la sortie à 95 % de la valeur finale. Cette valeur correspond à trois fois la constante de temps. Cette dernière procédure est la plus précise, puisque les erreurs de lecture et de mesure de la constante de temps sont divisées par trois. Le plus souvent, plusieurs méthodes sont employées et la moyenne algébrique des différentes mesures est conservée en tant que résultat.

De plus en plus les acquisitions en sortie des systèmes sont effectuées à l'aide de micro-ordinateurs munis de cartes d'acquisitions. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'employer une procédure graphique afin de mesurer la constante de temps ; seule une lecture de la valeur

numérique acquise de la sortie valant 63,2 % de la valeur finale suffit. Ce moyen possède en outre l'intérêt d'éliminer les erreurs de lecture et de mesure graphique.

Dans certains cas, la réponse indicielle peut avoir la forme représentée à la figure 3.7. Cela signifie que les conditions initiales du système ne sont pas nulles. Cette configuration est rencontrée, par exemple, lorsque l'on visualise la charge un condensateur non initialement déchargé.

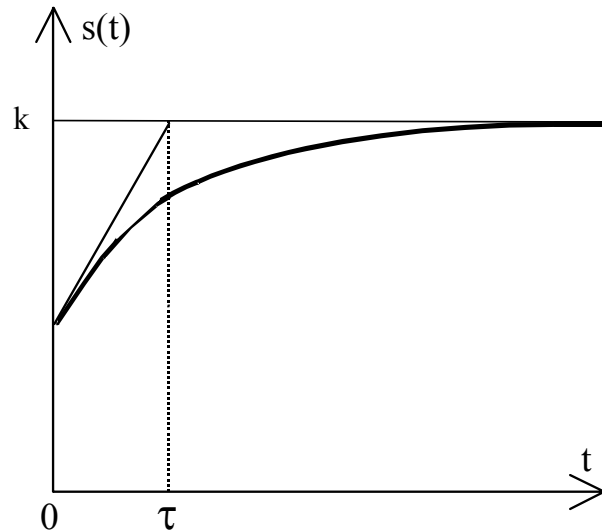


Figure 3.7

b) Réponse impulsionnelle

En utilisant les mêmes notations que dans le cas de la réponse indicielle, la réponse impulsionnelle, dont la forme est reproduite à la figure 3.8, a pour expression :

$$s(t) = \frac{k}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Eu regard de la figure 3.8, il est possible de mesurer la constante de temps d'un système du 1^{er} ordre à l'aide de la réponse impulsionnelle. Les méthodes de mesure sont alors les mêmes que pour la réponse indicielle.

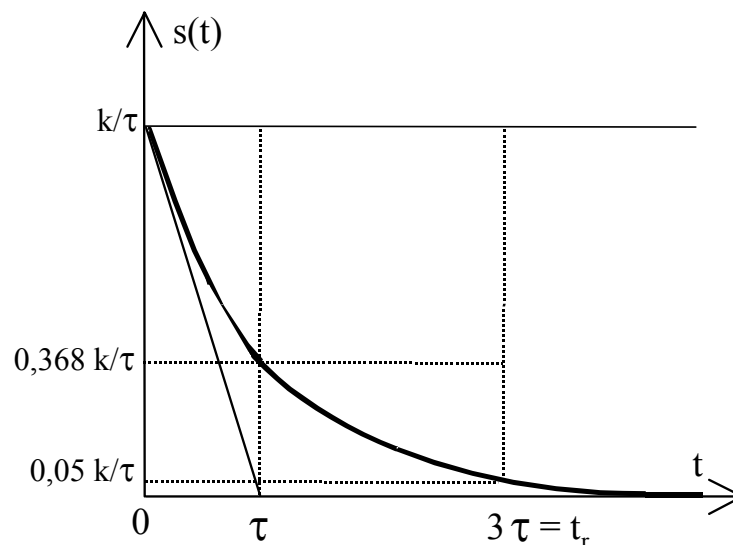


Figure 3.8

c) Réponse à une rampe

La réponse d'un système du 1^{er} ordre est représentée figure 3.9 et a pour expression :

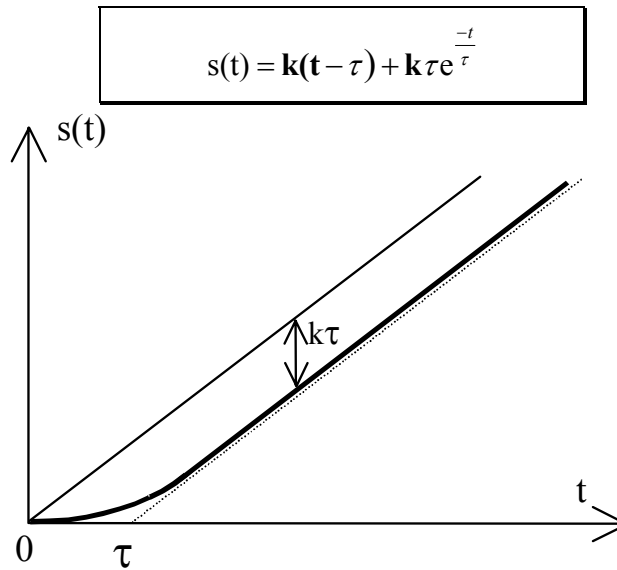


Figure 3.9

Cette fois encore, au vu de la figure 3.9, il est possible de mesurer la constante de temps du 1^{er} ordre, ainsi que la valeur finale de la réponse indicielle **k**. Pour connaître la constante de temps, il suffit de tracer la tangente à l'asymptote de la réponse à une rampe. La constante de temps correspond alors à la valeur du temps pour lequel cette asymptote coupe l'axe des abscisses.

La valeur **k** est déduite par l'écart (dans le sens des ordonnées) que ferait une droite passant par l'origine et parallèle à l'asymptote tracée.

3.33 - Systèmes du 2^{ème} ordre

Un système du second ordre relève d'une équation différentielle linéaire du second ordre, de la forme :

$$a_0 \cdot s(t) + a_1 \cdot ds(t) / dt + a_2 \cdot d^2s(t) / dt^2 = k \cdot e(t)$$

Dans l'étude des systèmes du second ordre, nous nous bornerons au cas de la réponse temporelle indicielle du système. Lors de l'analyse temporelle de cette catégorie de systèmes, trois cas de figure peuvent se présenter. L'appartenance à l'un de ces cas dépend de la valeur d'un paramètre du système, noté ξ et nommé **facteur d'amortissement**. Les différents cas possibles sont :

- Régime **APERIODIQUE** ($\xi > 1$),
- Régime **CRITIQUE** ($\xi = 1$),
- Régime **OSCILLATOIRE AMORTI** ($\xi < 1$).

En fait, tout système du second ordre est potentiellement **oscillant**. Cette capacité à osciller est liée à la valeur du facteur d'amortissement.

Un exemple type d'un système du second ordre est le **circuit oscillatoire résonant R-L-C**. Dans le cas où la résistance **R** est élevée (analogie avec le freinage), le circuit ne peut pas

osciller et le système est en régime apériodique. En revanche si R possède une valeur faible, le système oscille et les oscillations sont amorties en fonction de R.

a) *Régime Apériodique*

Ici, la forme de la réponse indicielle du système (lorsque celui-ci est au repos) est présentée à la figure 3.10 et est de la forme :

$$s(t) = k \cdot (A e^{-at} + B e^{-bt} + C)$$

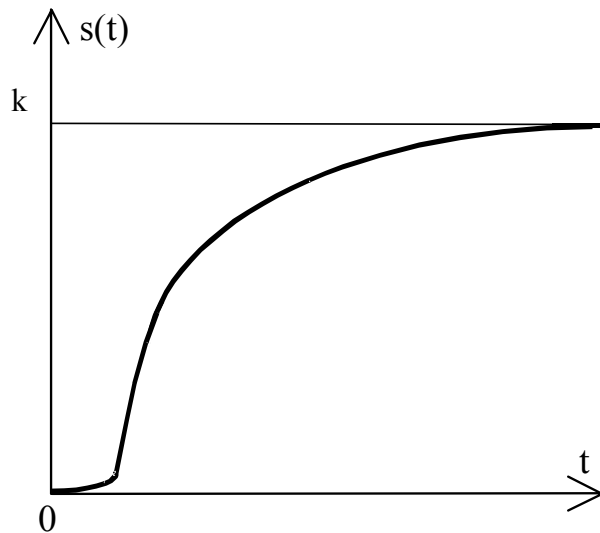


Figure 3.10

Attention, dans le cas d'un système du second ordre, on ne peut pas parler de constante de temps. Pour qualifier la rapidité du système, on observe ici le temps de montée, noté t_m .

Pour des calculs théoriques, ce paramètre est souvent défini comme le temps nécessaire, depuis l'origine, pour atteindre la valeur finale k. Dans la pratique, afin de ne pas être dépendant d'éventuelles erreurs de mesure, on préfère définir t_m , comme le temps nécessaire pour le signal de sortie progresse depuis **10 %** de la valeur finale à **90 %** de cette valeur.

b) *Régime Critique*

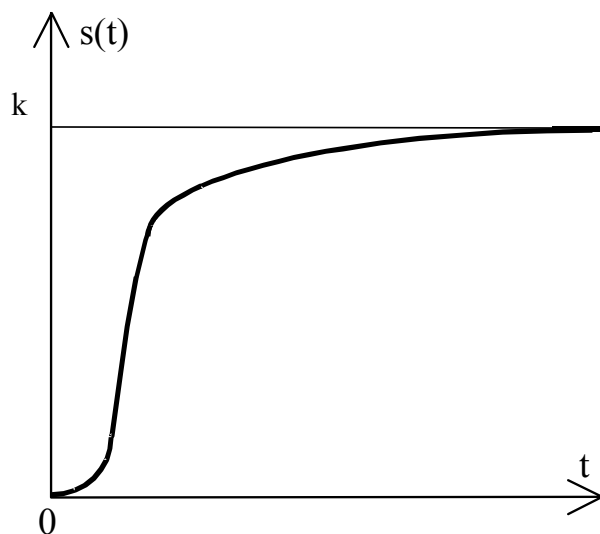


Figure 3.11

Dans le cas du régime critique, la réponse indicielle, dont la forme est reproduite à la figure 3.11, a pour expression :

$$s(t) = k \cdot (A + B e^{-at})$$

c) *Régime Oscillatoire Amorti*

Dans ce cas, la solution de l'équation différentielle posée est de la forme :

$$s(t) = k \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t + \phi) \right]$$

dans laquelle ξ est le facteur d'amortissement, ω_n est nommée pulsation propre non amortie du système et $\phi = \text{Arccos } \xi$.

La réponse d'un système du second ordre en régime oscillatoire amorti est donnée à la figure 3.12, pour un facteur d'amortissement de l'ordre de 0,2. La représentation de la sortie peut être très diverse en fonction des valeurs de ξ et de ω_n . Par cette figure, on peut remarquer que la réponse $s(t)$ oscille un peu avant de se stabiliser sur sa valeur finale de

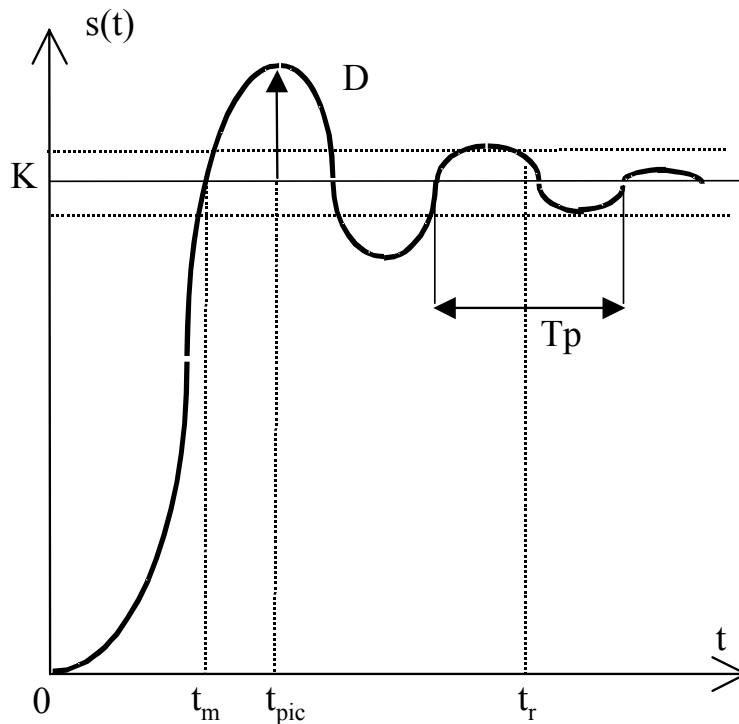


Figure 3.12

régime permanent.

La pseudo-période T_p des oscillations est en relation avec ξ et ω_n . Le dépassement D , exprimé en % de la valeur finale, peut atteindre des valeurs élevées si ξ est petit. Par contre pour $\xi = 0,707$ il n'y a pratiquement pas de dépassement (5%), on parle alors d'amortissement 'optimal' (terme employé surtout pour des asservissements électroniques).

Les temps de montée t_m et t_{pic} sont directement définis à la figure 3.12. On peut considérer que le système s'est stabilisé et a atteint son régime permanent au bout du temps de réponse t_r .

Dans le cas où ξ est nul, il n'y a plus d'amortissement. Le système est purement oscillatoire et la sortie du système est alors une sinusoïde qui a pour expression :

$$s(t) = k[1 - \sin(\omega t + \phi)]$$

3.34 - Différences entre les systèmes du 1^{er} ordre et ceux du 2^{ème} ordre

A la seule analyse visuelle de la réponse temporelle de la sortie d'un système, excité par un signal échelon, il est possible de différencier un système d'ordre 1, d'un système d'ordre 2.

Lorsqu'il existe un dépassement vis à vis de la valeur finale, on sera en présence d'un système du second ordre en régime oscillatoire amorti. Dans le cas contraire, il faut observer la tangente de la courbe à l'origine. Si la direction de cette tangente est l'axe des abscisses, on est en présence d'un système du second ordre en régime apériodique et un point d'inflexion est également visible sur la courbe. En revanche, si la direction de cette tangente est différente, le système étudié est alors un système du premier ordre.

3.35 - Systèmes d'ordre supérieur à deux

Pour le cas des systèmes d'ordre supérieur à deux, on se ramène toujours à l'étude d'une combinaison de systèmes du premier ordre et de systèmes du second ordre. Ainsi seules deux classes de systèmes sont à connaître.

La réponse temporelle d'un système d'ordre supérieur à deux est la somme des réponses temporelles de chaque sous-système d'ordre 1 ou d'ordre 2.

4 - ANALYSE

4.1 - STRUCTURE GENERALE - FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMEE

4.1.1 - Boucle ouverte - boucle fermée

La figure 4.1 rappelle la structure d'une chaîne d'asservissement bouclée.

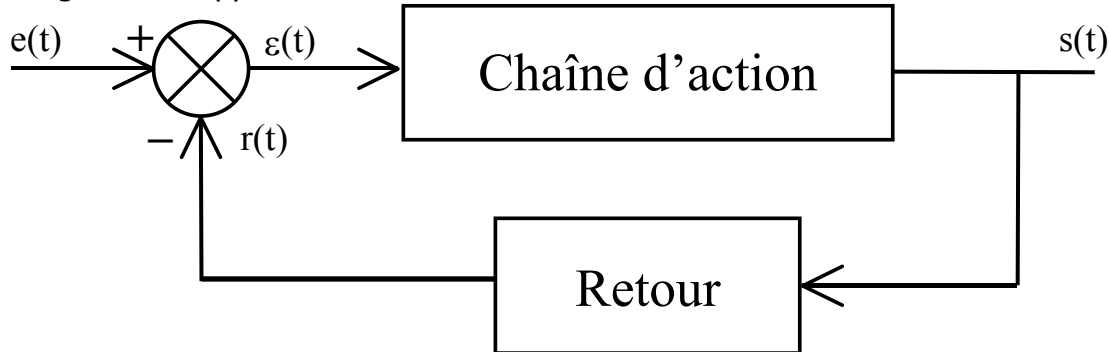


Figure 4.1

Pour le cas de la boucle ouverte, $\varepsilon(t) = e(t)$ et on caractérise $r(t)$ vis à vis de $e(t)$. En boucle fermée, $\varepsilon(t) = e(t) - r(t)$, et on définit $s(t)$ par rapport à $e(t)$.

Dans le cas d'un système à retour unitaire, $r(t) = s(t)$, on a $\varepsilon(t) = e(t) - s(t)$. Or, le signal de sortie $s(t)$ dépend du signal d'erreur. Donc, en boucle fermée à retour unitaire, le signal de sortie n'est fonction que du signal d'entrée, de la chaîne d'action, ainsi que de lui-même. Dans la pratique, on peut toujours se ramener à l'étude d'un système à retour unitaire par des transformations des schémas fonctionnels.

4.1.2 - Analyse en boucle fermée

A titre d'information, il existe des abaques (abaques de Hall et de Black) qui permettent de prévoir le comportement d'un système en boucle fermée à partir de son étude en boucle ouverte. En effet, boucler un système revient très souvent à augmenter son ordre. Or si le système passe, par exemple, du premier ordre au second ordre, il est nécessaire de s'assurer que la réponse temporelle de ce système n'occasionnera pas une surtension qui serait dommageable pour l'ensemble du dispositif concerné. Par l'emploi de tels abaques, il est donc possible de prévenir ce type de déconvenues.

4.2 - STABILITE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS INVARIANTS

La notion de stabilité d'un système est très importante en automatique. On dit qu'un système est stable, lorsque écarté de sa position d'équilibre, il tend à y revenir. Un système est instable dans le cas contraire. Un système est à la limite de la stabilité dans le cas où il devient oscillant.

Dans le cadre de ce cours, on admet que la stabilité d'un système augmente lorsque son gain statique diminue.

4.3 - PRECISION DES SYSTEMES ASSERVIS LINEAIRES CONTINUS ET INVARIANTS

Etudier la **précision** d'un système, c'est essayer de quantifier son 'obéissance' à une loi imposée sur l'entrée. Pour évaluer cette **précision**, il est possible de calculer la différence entre l'entrée et la sortie du système, à des époques bien déterminées. Nous appellerons cette différence, signal d'ERREUR $\varepsilon(t)$.

En général, la réponse du système comporte dans le temps, deux phases principales (**phase permanente, phase transitoire**). La phase **permanente** (appelée aussi régime permanent ou régime définitif) est l'état que le système atteint au bout d'un temps très long. La phase **transitoire** est la période au cours de laquelle le système trouve peu à peu son régime définitif.

On admet que pour qu'un système présente une erreur statique nulle en réponse à un échelon, il possède en boucle ouverte au moins un **intégrateur** (en amont de la perturbation). Dans le cas contraire, l'erreur statique est non nulle et constante.

Lorsque le signal d'entrée est une rampe, le système en boucle ouverte doit posséder au moins **deux intégrateurs** pour que l'erreur permanente soit nulle. Dans le cas où un seul intégrateur est présent, l'erreur permanente est une constante non nulle. Si le système en boucle ouverte ne comprend aucun intégrateur, l'erreur permanente tend vers l'infini.

5 - IDENTIFICATION

5.1 - INTRODUCTION

Lors de la phase d'identification, il s'agit de déterminer grâce à des essais expérimentaux, la transmittance du système que l'on envisage d'asservir lorsque la mise en équation est difficile. Dans la plupart des cas, les réponses du système en boucle ouverte étudié sont les réponses indicielles et impulsionnelles.

5.2 - SYSTEMES EVOLUTIFS ET NON EVOLUTIFS EN BOUCLE OUVERTE

Considérons le système de la figure 5.1 et étudions la réponse en boucle ouverte $r(t)$, lorsque l'on impose une entrée indicielle. Deux types de systèmes peuvent être alors rencontrés :

- Le signal de mesure $r(t)$ tend vers une constante (voir figure 5.2) ; c'est un **système non évolutif**.
- Le système présente en sortie un signal de mesure $r(t)$ qui évolue comme une rampe (voir figure 5.3) ; c'est un **système évolutif** et nous sommes en présence d'une intégration.

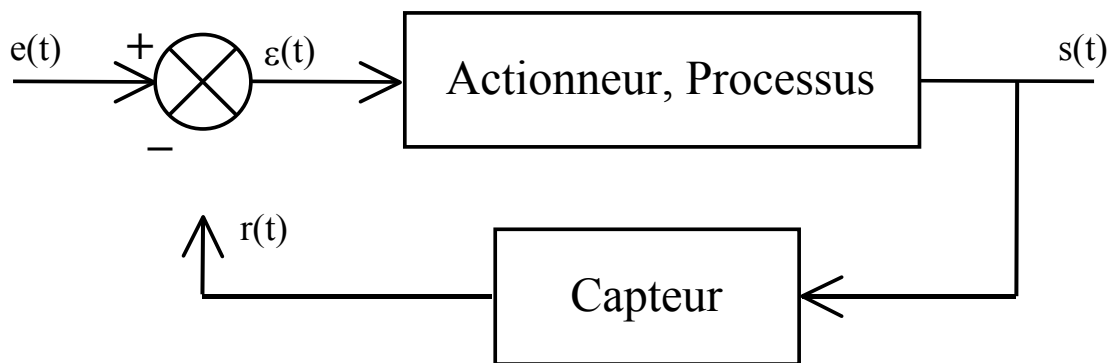


Figure 5.1

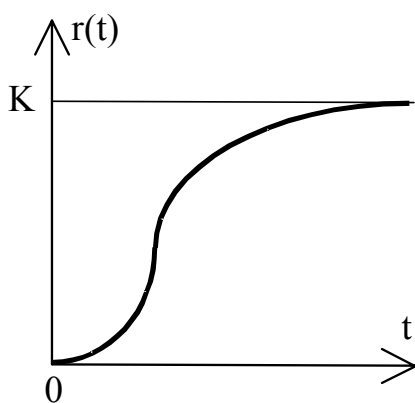


Figure 4.5.2

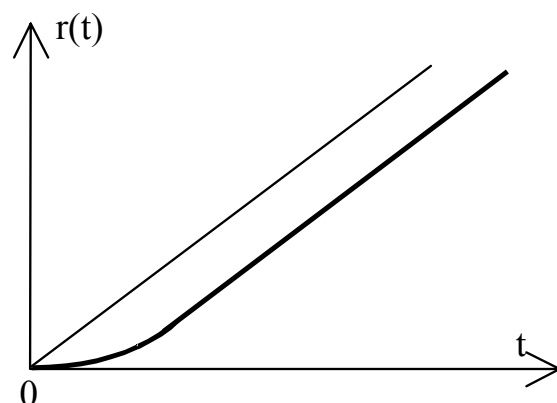


Figure 4.5.3

Comme cela est indiqué au chapitre 3, il est simple d'identifier un système du premier ordre par l'observation, soit de sa réponse indicielle, soit de sa réponse impulsionnelle. La réponse ne doit pas faire apparaître de retard et ce système est non évolutif.

De la même manière, un système du second ordre est facilement identifiable.

Pour des systèmes apériodiques d'ordre indéterminé, on a recourt à diverses méthodologies d'identification dont les plus usitées sont :

- La méthode de STREJC pour les systèmes non évolutifs retardés,
- La méthode de ZIEGLER - NICHOLS pour les systèmes évolutifs,
- La méthode de DAVOUST pour les systèmes évolutifs,
- La méthode de BROÏDA pour les systèmes non évolutifs.

6 - SYNTHESE

6.1 - ROLE DES CORRECTEURS : DILEMME PRECISION - STABILITE

En automatique, pour un processus donné, un cahier des charges est établi afin d'obtenir le type d'asservissement désiré (précision, rapidité, stabilité). L'étape de **synthèse** est alors nécessaire pour définir un correcteur permettant de respecter le cahier des charges défini.

Pour obtenir une bonne précision en statique, il faut que la chaîne directe comporte un ou plusieurs **intégrateurs**. En revanche, pour un bon degré de stabilité, il est nécessaire que le gain en boucle ouverte soit le plus faible possible et qu'un minimum d'intégrateurs soit présent au sein du processus.

Les correcteurs (ou régulateurs) ont pour objet de délivrer un signal de commande $u(t)$ du système, de manière à préserver les exigences de précision et de stabilité a priori incompatibles. Ils s'insèrent dans un système en boucle fermée de la façon présentée à la figure 6.1. Selon la nature de $u(t)$, on distingue différents types de correcteurs.

Les méthodes de correction développées dans la suite de ce chapitre sont considérées dans l'optique des asservissements et non des régulations.

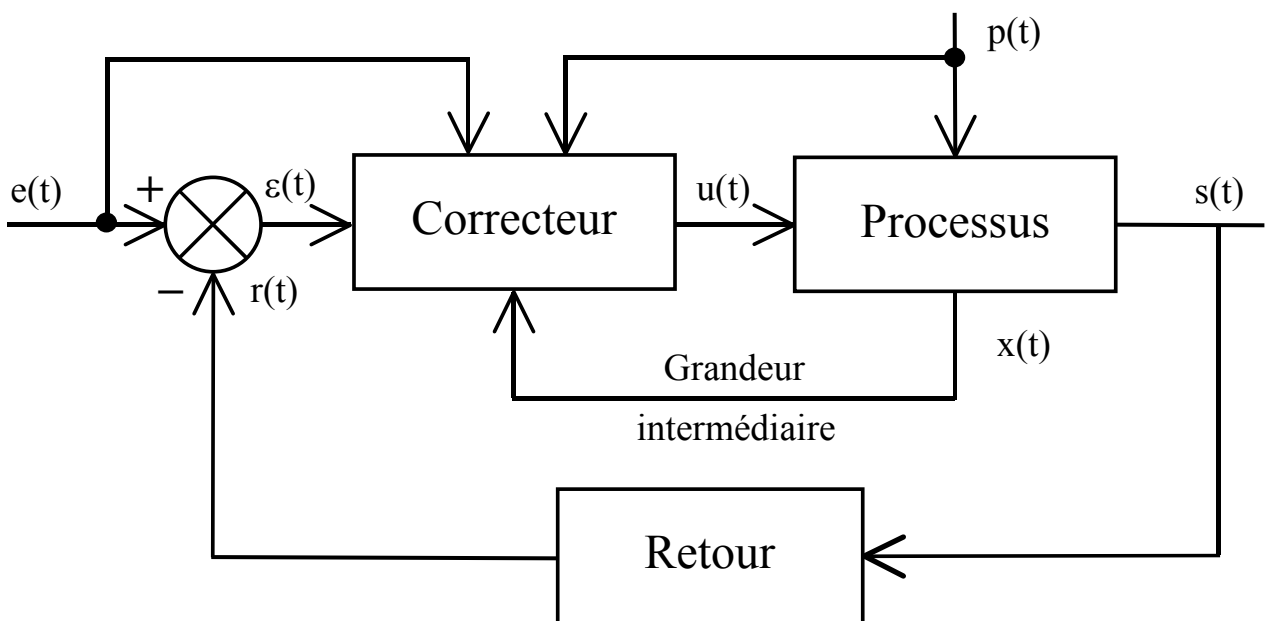


Figure 6.1

6.11 - Correction Série

Comme présenté à la figure 6.2, le correcteur série est inséré dans la chaîne directe en série avec le processus et délivre un signal de commande $u(t) = f(\varepsilon(t))$.

Pour ce type de correcteur, on distingue trois fonctions principales :

- action proportionnelle notée **P**,
- action intégrale notée **I**,
- action dérivée notée **D**.

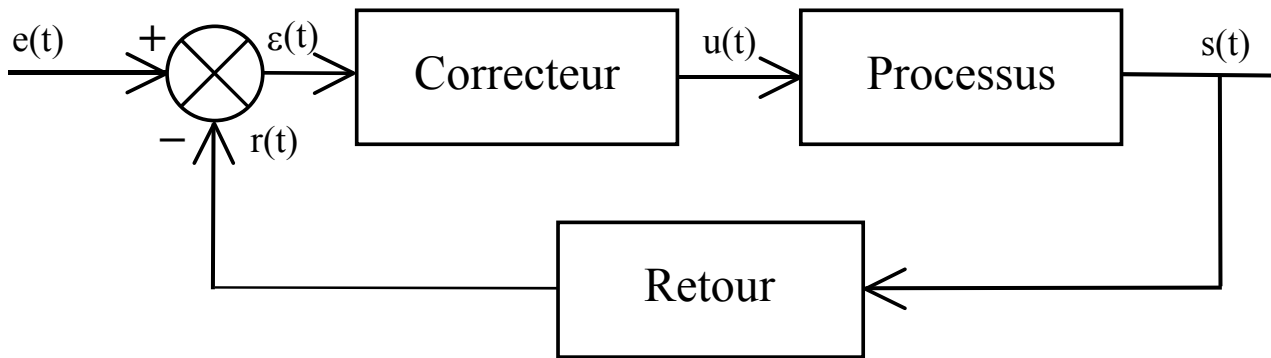


Figure 6.2

Un correcteur série réalise plus ou moins parfaitement des combinaisons de ces trois actions. Il agit à la fois sur la précision statique et sur la stabilité. En première approximation, on peut écrire que :

- l'action proportionnelle **P** augmente la précision dynamique (lors des transitions),
- l'action intégrale **I** annule l'erreur statique,
- l'action dérivée **D** tend à stabiliser le système.

a) *Régulateur à action P*

Un régulateur est dit à action proportionnelle si son signal de sortie est directement proportionnel au signal d'entrée sans temporisation, ni tout autre action dynamique. On appelle coefficient de proportionnalité **K_p**, le quotient de la grandeur de sortie sur la grandeur d'entrée. On a alors la relation suivante :

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$$

b) *Régulateur à action I*

Dans le cas d'un régulateur à action intégrale, la sortie varie continûment pour une valeur d'entrée constante non nulle. Ce phénomène est représenté à la figure 6.3.

La pente de la sortie du régulateur dépend de la valeur de l'entrée. Plus la valeur de l'entrée est importante et plus le signal de sortie varie rapidement. L'action intégrale peut donc être représentée par la formule suivante :

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(x) dx$$

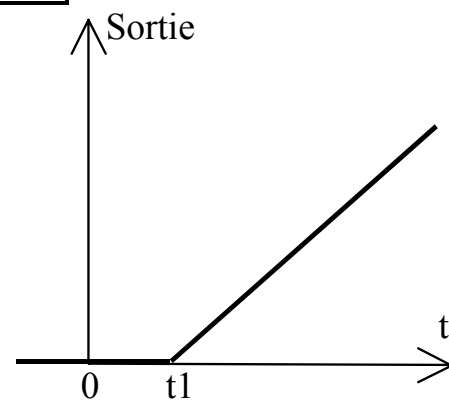
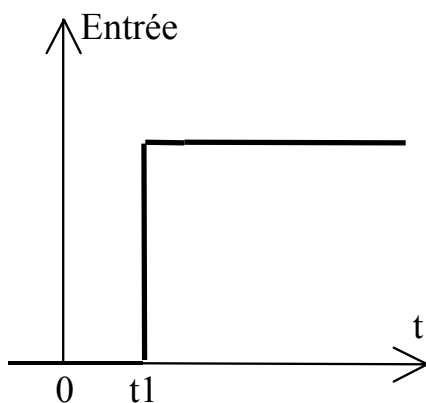


Figure 6.3

c) Régulateur à action D

Comme indiqué à la figure 6.4, la grandeur de sortie d'un régulateur à action dérivée varie brusquement au moment du saut du signal d'entrée. Si le signal d'entrée du régulateur est une rampe (variation continue), le signal de sortie est alors constant. En pratique, on ne sait pas construire un dérivateur pur. Il est en fait réalisé par approximation.

L'action dérivée est résumée par la relation :

$$u(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

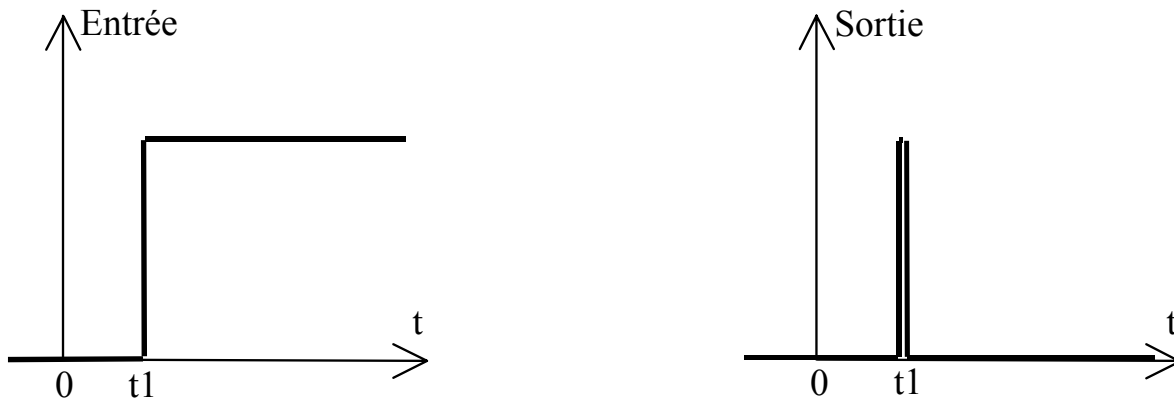


Figure 6.4

6.12 - Autres types de correcteurs

Dans ce cours, nous ne nous intéresserons uniquement au cas de la correction série, mais à titre informatif, d'autres méthodes de correction sont énoncées.

a) Correction parallèle

Ce type de correcteur se greffe en parallèle sur un élément figé de la chaîne directe (exemple : correction tachymétrique). Notons que ce correcteur agit essentiellement sur la stabilité et la précision dynamique et non sur l'erreur statique ; ce correcteur ne pouvant pas introduire d'intégration.

b) Correction par anticipation (compensateur)

Suivant la façon dont il est inséré dans la chaîne directe, le correcteur par anticipation permet d'éliminer soit l'influence d'une perturbation, soit celle d'une erreur du signal d'entrée du système. Ce type de correcteurs ne modifie pas la stabilité du système. La mise en oeuvre de cette correction est souvent lourde et imparfaite.

Tous les correcteurs qui sont examinés dans la suite de ce cours sont des **correcteurs séries**.

6.2 - CORRECTION PROPORTIONNELLE - DERIVEE (P.D.)

Ce type de correcteur est employé lorsque la boucle ouverte du système non corrigé présente déjà une intégration. Une action intégrale est alors inutile. Il permet d'améliorer la stabilité du système, ainsi que sa rapidité.

La réponse indicielle d'un régulateur P.D. est donnée à la figure 6.5.

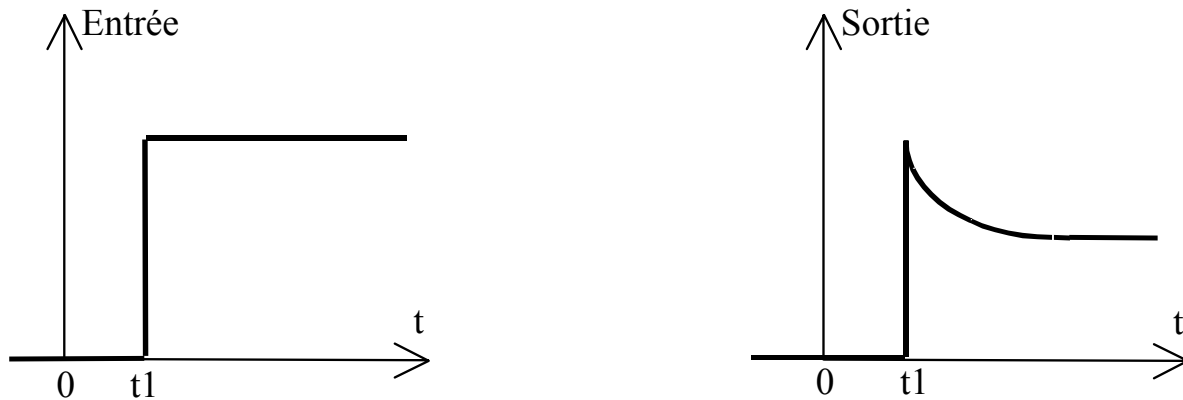


Figure 6.5

6.3 - CORRECTION PROPORTIONNELLE - INTEGRALE (P.I.)

Ce type de correcteur permet d'améliorer la précision statique du système. L'action intégrale ne peut pas être seule car elle génère une instabilité au système et la suroscillation mettra longtemps à se résorber.

Pour un signal d'entrée du régulateur de type échelon, la sortie est représentée à la figure 6.6. Elle est la combinaison des deux actions (proportionnelle et intégrale). Dans ce cas également, la pente de la sortie du régulateur dépend de la valeur de l'entrée.

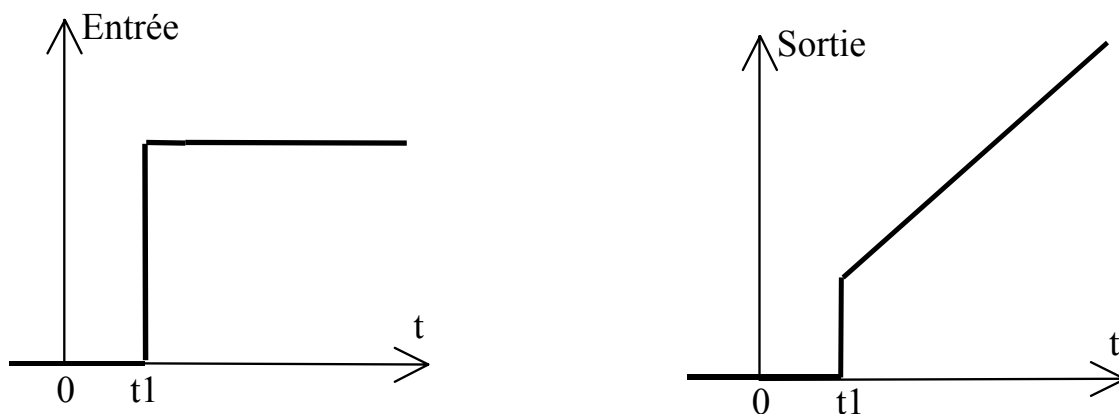


Figure 6.6

6.4 - CORRECTION PROPORTIONNELLE - INTEGRALE - DERIVEE (P.I.D.)

Ces correcteurs combinent les avantages des deux correcteurs précédemment cités. Ils sont utilisés lorsque les correcteurs à simple action (P.I., P.D.) ne permettent pas d'obtenir les performances désirées. Le correcteur P.I.D. permet donc d'améliorer la stabilité, la précision et la rapidité du système.

La réponse indicielle d'un régulateur P.I.D. est représentée à la figure 6.7. Elle montre que ce régulateur effectue dans un premier temps, un fort ajustement par l'organe dérivée **D** qui est ensuite réprimé jusqu'à la composante proportionnelle **P**. Enfin la réponse augmente linéairement en fonction de l'action intégrale **I**.

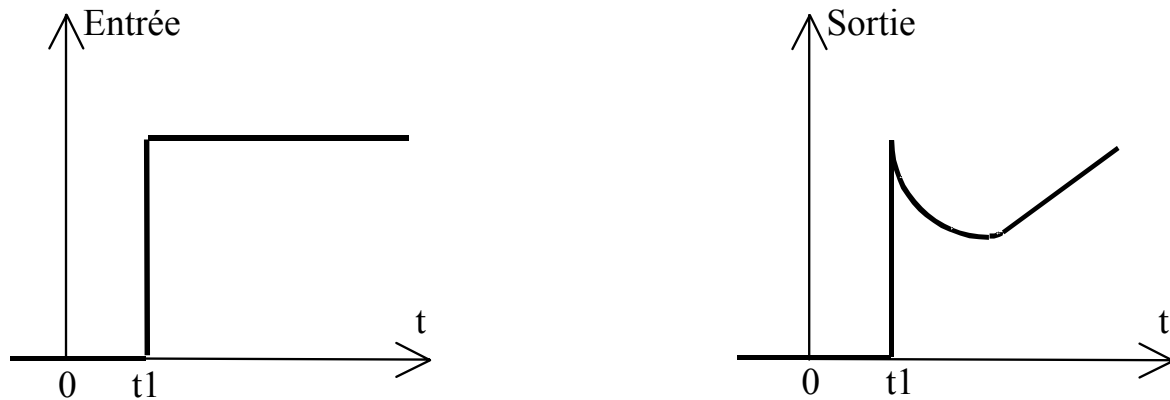


Figure 6.7

Il n'est pas aisé de régler un correcteur P.I.D. lorsque la transmittance du système est inconnue. Nous citons une méthode expérimentale possible de réglage :

- Annuler les actions intégrales et dérivées du correcteur placé dans la boucle fermée.
- Augmenter le gain K de l'action proportionnelle jusqu'à l'apparition d'oscillations.
- Relever la période T_0 exprimée en secondes des oscillations et le gain limite K_M .
- Régler le correcteur avec $K = 0,6 K_M$; $T_i = T_0 / 2$; $T_d = T_0 / 8$.

6.5 - REMARQUES SUR LA CORRECTION SERIE

Il est important de noter qu'il n'existe pas un correcteur unique répondant à un problème donné. C'est après l'essai de plusieurs correcteurs et compte tenu de critères tels que : coût, simplicité technologique, robustesse, que le choix sera fait.

Remarquons également que la correction ne permet pas d'augmenter à l'infini la précision et la rapidité. Ce dernier paramètre est obtenu en principe par l'augmentation du gain, ce qui entraîne des risques de saturation. En effet, lorsque le système sature, les performances du système, définies en linéaires, ne sont pas atteintes.